Risolviamo il limite

$$\lim_{x\to 1^-} \frac{-e^{\frac{1}{x-1}}}{(x-1)^2}$$

(limite presente nello studio di funzione $y = e^{\frac{1}{x-1}}$ fatto nella lezione del 24/11/2020)

$$\lim_{x\to 1^-} \frac{-e^{\frac{1}{x-1}}}{(x-1)^2} = \frac{0}{0}$$

È una forma indeterminata che si presta all'applicazione di De l'Hôpital.

Questa, però, non è la forma più indicata (abbiamo visto a lezione che non otteniamo nulla).

Ci riconduciamo però alla forma $\frac{\infty}{\infty}$;

$$\lim_{x\to 1^-} \frac{-e^{\frac{1}{x-1}}}{(x-1)^2} = \lim_{x\to 1^-} \frac{-\frac{1}{(x-1)^2}}{\frac{1}{e^{1/x-1}}} = \frac{\infty}{\infty}$$

$$\lim_{x\to 1^-} \frac{\left[-\frac{1}{(x-1)^2}\right]'}{\left[\frac{1}{e^{1/x-1}}\right]'} = \lim_{x\to 1^-} \frac{\left[-(x-1)^{-2}\right]'}{\left[e^{-\frac{1}{x-1}}\right]'} =$$

$$= \lim_{x\to 1^-} \frac{2(x-1)^{-1}}{-\frac{1}{(x-1)^2}\, e^{-\frac{1}{x-1}}} = \lim_{x\to 1^-} \frac{2(x-1)^{-1}(x-1)^2}{-e^{-\frac{1}{x-1}}} =$$

$$\to 0^-$$

$$= \lim_{x\to 1^-} \frac{2(x-1)}{-e^{-\frac{1}{x-1}}} = \frac{0^-}{-\infty} = 0^+$$

$$e^{-\frac{1}{0^-}} = e^{+\infty} \longrightarrow +\infty$$

Quindi, applicando De l'Hôpital,

$$\lim_{x\to 1^-} \frac{-e^{\frac{1}{x-1}}}{(x-1)^2} = 0^+ .$$